

Vorlesung: "Grundlagen ingenieurwissenschaftlichen Arbeitens (GIA)"

6 Zuverlässigkeit und Produktlebenszyklus

- 6.1 Genauigkeit und Fehlverhalten
- 6.2 Technische Zuverlässigkeit
 - 6.2.1 Klassifikation von Ausfällen
 - 6.2.2 Ausfall- und Überlebenswahrscheinlichkeit
 - 6.2.3 Fehlerrate
- 6.3 Zuverlässigkeit von Hardware-Funktionen
 - 6.3.1 Zuverlässigkeitsmodell – Weibull-Verteilung
 - 6.3.2 Produktlebensphasen-Abhängigkeit
 - 6.3.3 Poisson-Verteilung für die Praxis
 - 6.3.4 Systemzuverlässigkeit und Redundanz
- 6.4 Zuverlässigkeit von Software-Funktionen

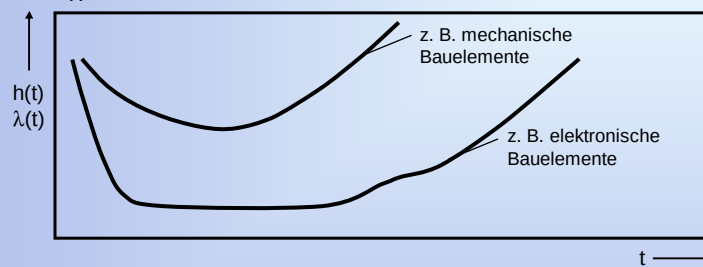


Inhaltsverzeichnis Kapitel 6

GIA Viga/08
Kap.6 15 / 40

Globales Zuverlässigkeits-Modell

- Aus Untersuchungen großer Zahlen von technischen Produkten über deren Lebensdauer sind prinzipielle Verläufe der Ausfallrate $\lambda(t)$ bekannt:



- Kurvenverläufe lassen sich im Allgemeinen hinreichend gut mit Exponentialfunktionen beschreiben
- Entsprechend den Charakteristika der jeweiligen Kurvenverläufe in unterschiedlichen Zeitbereichen werden unterschiedliche **Produktlebensphasen** unterschieden



6.3 Zuverlässigkeit von Hardware-Funktionen

GIA Viga/08
Kap.6 16 / 40

Vorlesung:

"Grundlagen ingenieurwissenschaftlichen Arbeitens (GIA)"

Rechenmodell für die Ausfallrate

- Verallgemeinerung der Exponentialverteilungsfunktionen ist die **Weibull-Verteilung**
 - Kennzeichnende Parameter der Weibull-Verteilung sind
 - **Skalenfaktor α** (Charakteristische Lebensdauer; bestimmt Absolutwert der Ordinate)
 - **Formfaktor β** (Steigung; bestimmt grundsätzlichen Kurvenverlauf)
 - **Nullpunktverschiebung T** (Lageparameter; wichtig bei abschnittsweiser Verwendung unterschiedlicher Parametersätze)
- Form: $\dots \exp\left[-\frac{(t-T)^\beta}{\alpha}\right] \dots$
- Mit einer Weibull-Funktion lassen sich jeweils immer nur Teilbereiche der Verteilungsfunktion beschreiben
 $\Rightarrow$ **Gesamtverteilung über abschnittsweise zusammengesetzte Funktion** aus verschiedenen Weibull-Verteilungen



6.3.1 Zuverlässigkeitsmodell – Weibull-Verteilung

GIA Viga/08
Kap.6 17 / 40

Weibull-Ansatz im Zuverlässigkeitskontext

Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t)$:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\frac{(t-T)^\beta}{\alpha}\right]$$
$$\begin{array}{l} t \geq 0 \\ T \geq 0 \\ \alpha > 0 \\ \beta > 0 \end{array}$$

Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t)$:

$$R(t) = \exp\left[-\frac{(t-T)^\beta}{\alpha}\right]$$

Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $f(t)$:

$$f(t) = \frac{\beta(t-T)^{\beta-1}}{\alpha} \cdot \exp\left[-\frac{(t-T)^\beta}{\alpha}\right]$$

Fehlerrate $h(t)$:

$$h(t) = \frac{\beta(t-T)^{\beta-1}}{\alpha}$$



6.3.1 Zuverlässigkeitsmodell – Weibull-Verteilung

GIA Viga/08
Kap.6 18 / 40

Vorlesung:

"Grundlagen ingenieurwissenschaftlichen Arbeitens (GIA)"

Rechenmodell für die Ausfallrate

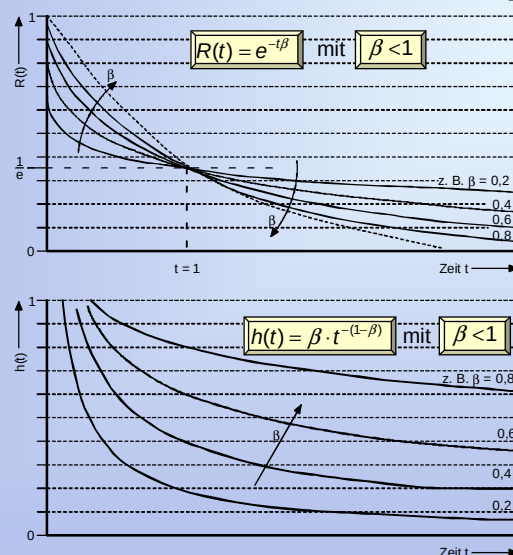
- ❑ Erste Lebensphase von Hardware-Funktionen ist durch **Früh-ausfälle** unter Testbedingungen bestimmt
- ❑ Tendenz zu einem Funktionsausfall wird mit zunehmender Lebenszeit im Zeitintervall $[0, T_F]$ immer geringer:
 $h(t)$ ist monoton fallend
- ❑ Durch künstliche Alterung werden die Frühausfälle von HW-Funktionen abgemildert:
 - Bei mechanischen Funktionen:
z. B. definierte Einlaufzeit
 - Bei elektronischen HW-Funktionen:
z. B. Burn-in-Test
(definierte Prüfbedingungen)
- ❑ Weibull-Parameter: $0 < \beta = \beta_F < 1$



6.3.2 Produktlebensphasen-Abhängigkeit

GIA Viga/08
Kap.6 19 / 40

Funktionsverläufe in der Frühausfallphase



6.3.2 Produktlebensphasen-Abhängigkeit

GIA Viga/08
Kap.6 20 / 40

Vorlesung: "Grundlagen ingenieurwissenschaftlichen Arbeitens (GIA)"

Nutzungsphase

- Charakteristisch für die **Nutzungsphase** ist ein stochastisches (zufälliges) Ausfallverhalten
- Fehlerrate ist bei Hardware-Funktionen in der Regel konstant
 - ⇒ $\beta = \beta_N = 1$
 - ⇒ **Poisson-Verteilung** der Überlebenswahrscheinlichkeit

$$F(t) : F(t) = 1 - \exp\left[-\frac{1}{\alpha}(t - T)\right]$$

$$R(t) : R(t) = \exp\left[-\frac{1}{\alpha}(t - T)\right]$$

$$f(t) : f(t) = \underbrace{\frac{\beta(t-T)^{\beta-1}}{\alpha}}_{=\frac{1}{\alpha}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{\alpha}(t - T)\right]$$

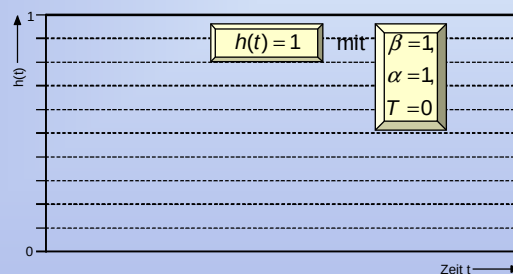
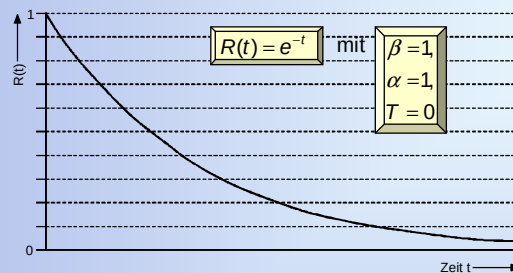
$$h(t) : h(t) = \frac{1}{\alpha}$$



6.3.2 Produktlebensphasen-Abhängigkeit

GIA Viga/08
Kap.6 21 / 40

Funktionsverläufe in der Nutzungsphase



6.3.2 Produktlebensphasen-Abhängigkeit

GIA Viga/08
Kap.6 22 / 40

Vorlesung:

"Grundlagen ingenieurwissenschaftlichen Arbeitens (GIA)"

Alterungsphase

- ❑ Charakteristisch für die Alterungsphase sind insbesondere bei mechanischer Hardware typische "**Ermüdungs**"- und "**Erholungs**"-Tendenzen von Werkstoffen
- ❑ Verlauf der Fehlerrate zeigt in der Regel zunächst steigende, später wieder abflachende Tendenz
- ❑ Geeigneter Kurvenverlauf mit der Weibull-Funktion erzielbar durch:

$$1 < \beta = \beta_A \leq 2$$

- ❑ Für $\beta = 2$ ergibt sich der Spezialfall der **Rayleigh-Verteilung** für die Überlebenswahrscheinlichkeit (Ausfallrate ist monoton steigend, linear)

$$R(t) : R(t) = e^{-\frac{1}{\alpha} t^2} \quad (\text{bei } T=0)$$

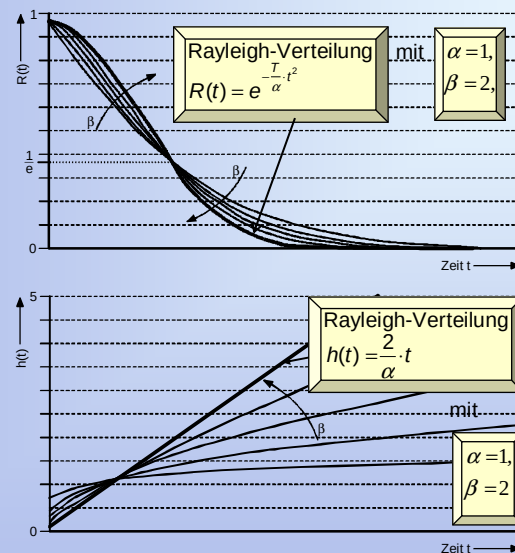
$$h(t) : h(t) = \frac{2}{\alpha} \cdot t \quad (\text{bei } T=0)$$



6.3.2 Produktlebensphasen-Abhängigkeit

GIA Viga/08
Kap.6 23 / 40

Funktionsverläufe in der Alterungsphase



6.3.2 Produktlebensphasen-Abhängigkeit

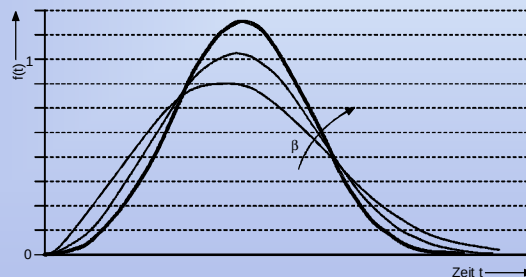
GIA Viga/08
Kap.6 24 / 40

Vorlesung:

"Grundlagen ingenieurwissenschaftlichen Arbeitens (GIA)"

Ausmusterungsphase

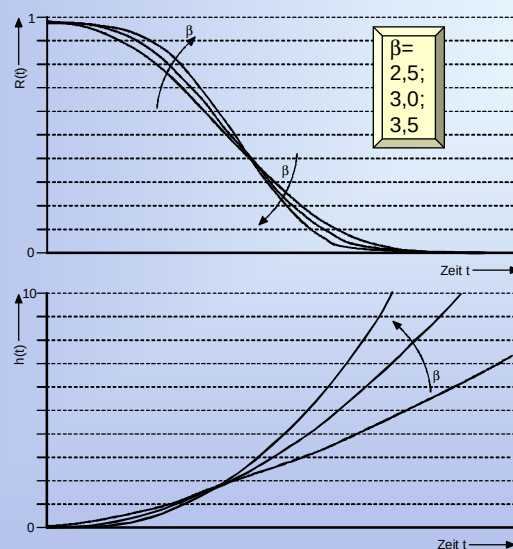
- ❑ "Echte" **Alterungs-** und **Verschleiß**erscheinungen charakterisieren die letzte Lebensdauerphase hardwaretechnischer Produkte
- ❑ Im Zuge **vorbeugender Wartung** ist ein Austausch von Produkten spätestens in dieser Lebensdauerphase erforderlich
- ❑ Entsprechende stark progressive Kurvenverläufe der Ausfallrate sind mit der Weibull-Funktion erzielbar durch: $\beta_{\infty} > 2$
- ❑ Für $\beta_{\infty} \approx 3,5$ ergibt sich für die Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte $f(t)$ näherungsweise der Verlauf einer Gauß'schen Normalverteilung



6.3.2 Produktlebensphasen-Abhängigkeit

GIA Viga/08
Kap.6 25 / 40

Funktionsverläufe in der Ausmusterungsphase



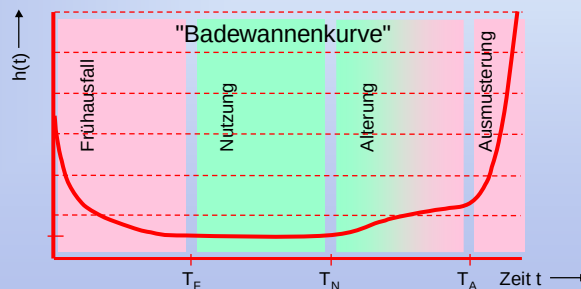
6.3.2 Produktlebensphasen-Abhängigkeit

GIA Viga/08
Kap.6 26 / 40

Geschlossene Beschreibung der Ausfallrate

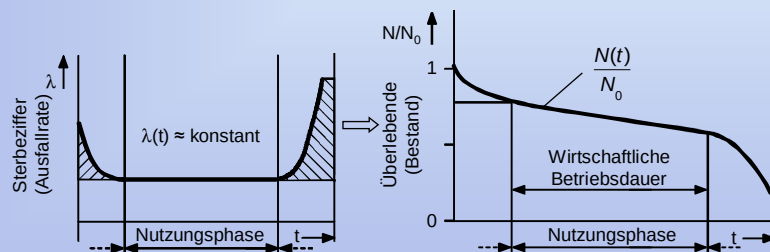
- Stückweise Zusammensetzung der einzelnen Weibull-Funktionen:
 - Zeitverschiebung der Teilfunktionen über T-Parameter
 - Ein-/Ausblendung der Teilfunktionen über die Sprungfunktion $\varepsilon(t-T)$
 - Einhaltung von Stetigkeit und Differenzierbarkeit an Schnittstellen

$$\lambda(t) = \lambda_F(t-t_0) \cdot [\varepsilon(t-t_0) - \varepsilon(t-t_F)] + \lambda_N(t-t_F) \cdot [\varepsilon(t-t_F) - \varepsilon(t-t_N)] + \lambda_A(t-t_N) \cdot [\varepsilon(t-t_N) - \varepsilon(t-t_A)] + \lambda_\infty(t-t_A) \cdot [\varepsilon(t-t_A) - \varepsilon(t-t_\infty)]$$



Erfahrung aus der Praxis

- Viele Systeme deren Elemente selbst **anderen Verteilungsgesetzen** unterliegen können durch Exponentialverteilungen beschrieben werden
- Bei **reparierbaren Systemen** (Austausch defekter Komponenten im Fehlerfall vorausgesetzt) stellt sich nach einiger Zeit ein Zustand **konstanter Ausfallrate** ein
- Eine Poisson-Verteilung ist für die Beschreibung des Komponenten- und Systemverhaltens in der Nutzungsphase gut geeignet und rechnerisch einfach zu handhaben



Vorlesung:

"Grundlagen ingenieurwissenschaftlichen Arbeitens (GIA)"

Mittlere ausfallfreie Zeit

- Bei **stationärem Verlauf der Fehlerfunktion** $h(t)$ gilt:

$$h(t) = \lambda = \frac{1}{\alpha} = \text{konst.}$$

- Skalenfaktor α** ist in dieser Nutzungsphase als **"mittlere ausfallfreie Zeit zwischen zwei Fehlern"** zu interpretieren
- Für α gilt auch:
 - $\alpha = \text{MTBF}$ (mean time between failures)
 - = "mittlere Funktionsdauer"
 - = "mittlerer Ausfallabstand" Θ
 - $= 1/\lambda = \Theta = \int_0^\infty R(t) dt$
- MTBF charakterisiert für **nicht reparierbare Systeme** die **mittlere Zeit bis zum ersten Ausfall**, für **reparierbare Systeme** die **mittlere Zeit zwischen zwei Ausfällen**

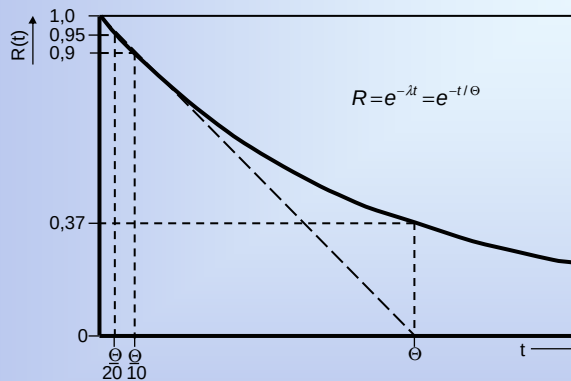


6.3.3 Poisson-Verteilung für die Praxis

GIA Viga/08
Kap.6 29 / 40

Beispiele zu MTBF und Θ

- Überlebenswahrscheinlichkeit R bei konstantem Θ



- Von 100 Geräten überleben bis zum Zeitpunkt $t = \Theta/37$ Geräte
- Von 100 Geräten mit $\Theta = 100$ h sind nach 24 h 22 Geräte ausgefallen
- MTBF bzw. Θ sind so zu wählen (bzw. Komponenten und/oder Systeme hinsichtlich ihrer Zuverlässigkeit so auszuwählen) dass sich für die gewünschte Nutzungsdauer eine akzeptable Ausfallwahrscheinlichkeit ergibt



6.3.3 Poisson-Verteilung für die Praxis

GIA Viga/08
Kap.6 30 / 41

Vorlesung: "Grundlagen ingenieurwissenschaftlichen Arbeitens (GIA)"

Dauerverfügbarkeit

- ❑ Ein **anwendungsorientiertes Maß** zur Kennzeichnung der Zuverlässigkeit eines Erzeugnisses ist die **Dauerverfügbarkeit** V_D
- ❑ V_D gibt an, in welchem Grad ein Erzeugnis beim Anwender bezüglich seiner Funktion verfügbar ist
- ❑ V_D wird als statistischer Mittelwert über einen längeren Zeitraum ermittelt
- ❑ $V_D = \frac{\text{mittlere Zeit zwischen zwei Ausfällen}}{\text{mittlere Zeit zwischen zwei Ausfällen} + \text{mittlere Ausfalldauer}}$

$$= \frac{\Theta}{\Theta + T_A} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR + MTM}$$

MTTR = mean time to repair

MTM = mean time to maintenance
- ❑ T_A enthält dabei
 - Ausfallursachen-Suchdauer,
 - Wiederherstellungsdauer
 - Stillstandsdauer (z. B. Wartezeit auf Ersatzteile)
 - Instandhaltungsdauer

Also sowohl **Zuverlässigkeitsparameter** als auch **betriebsorganisatorische Parameter**
- ❑ V_D ist als Parameter **nur bei reparierbaren Erzeugnissen** angebar



6.3.3 Poisson-Verteilung für die Praxis

GIA Viga/08
Kap.6 31 / 41

Ausfallraten elektronischer Komponenten: Bsp.

- ❑ Um eine Vergleichbarkeit von Ausfallraten zu gewährleisten sind definierte Testbedingungen bei der Parameterermittlung einzuhalten, festgelegt z. B. nach TELCORDIA-, AEC-Q-, ESCC-, JEDEC-, MIL-Standards
- ❑ Ausfallrate bzw. MTBF werden üblicherweise in FIT (10^{-9} Ausfälle pro Stunde) angegeben

Bauelemente	$\lambda/10^{-9}h^{-1}$	Bauelemente	$\lambda/10^{-9}h^{-1}$	Bauelemente	$\lambda/10^{-9}h^{-1}$
Integrierte Schaltkreise		Induktivitäten		Dioden	
Digital, bipolar		HF-Spule	30	Si Universal	5
> 100 Gatter (LSI)	250	Transformator (unvergossen)	500	Si Zener	40
Digital, MOS		Kondensatoren		Verbindungen	
> 100 Gatter (LSI)	150	Keramik	6	Steckkontakt (selt. Steck.)	10
Analoge	200	Al-Elektrolyt	500	Klemmkontakt auf Platine (seltene Steckung)	30
Transistoren		Tantal (trocken)	50	Lötverbindung	5
Si Universal	6	Widerstände		Leuchtmittel	
Si Leistung	60	Kohleschicht	1	Glühlampe	100.000
FET	50	Metallschicht	2	LED	10

Werte gelten für $\vartheta_u = 50^\circ\text{C}$, 50% Belastung, stationärer Betrieb
(Faktor 5 größer für $\vartheta_u = 75^\circ\text{C}$, 80% Belastung bzw. für Automotiv-Einsatz)

- ❑ Ausfallrate bzw. MTBF variieren mit
 - Betriebsbedingungen (Beanspruchung, Tolerierung, Betriebstemp., etc.)
 - Umgebungsbedingungen (Umgebungstemp., Druck, Feuchte, EM-Felder etc.)



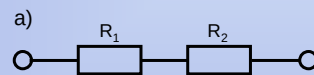
6.3.3 Poisson-Verteilung für die Praxis

GIA Viga/08
Kap.6 32 / 41

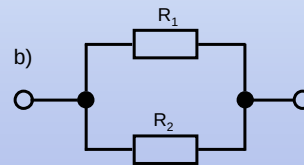
Ausfallverhalten von Seriensystemen

- ❑ Systemzuverlässigkeit kann i. a. aus den Ausfallraten der einzelnen Elemente und Baugruppen berechnet werden, unter den Voraussetzungen:
 - nur **"lebenswichtige" Komponenten** dürfen betrachtet werden
 - **Ausfallursachen** der einzelnen Komponenten müssen **unabhängig** voneinander sein
- ❑ Sind die Voraussetzungen erfüllt, handelt es sich im Sinne der Zuverlässigkeit um ein Seriensystem (unabhängig von der "wahren" Systemtopologie und -struktur)
- ❑ Ein Seriensystem ist ein System ohne strukturelle Redundanz, das ausfällt (keine/eingeschränkte/verminderte Funktion) sobald mindestens eine seiner Komponenten ausfällt (gilt für die meisten Geräte und Systeme)

Bsp. für Seriensysteme



(Fällt aus bei Unterbrechung von R_1 und/oder R_2)



(Fällt aus bei Kurzschluss an R_1 und/oder R_2)



6.3.4 Systemzuverlässigkeit und Redundanz

GIA Viga/08
Kap.6 33 / 41

Berechnen von Systemzuverlässigkeiten

Überleben eines Seriensystems aus n funktionsrelevanten Elementen setzt voraus, dass alle Elemente des Systems überleben, also:

$$R_s(t) = R_{K1}(t) \cdot R_{K2}(t) \cdot \dots \cdot R_{Kn}(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t)$$

Mit $R(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau\right]$ ergibt sich

$$\begin{aligned} R_s(t) &= \prod_{i=1}^n \exp\left[-\int_0^t \lambda_i(\tau) d\tau\right] \\ &= \exp\left[-\sum_{i=1}^n \int_0^t \lambda_i(\tau) d\tau\right] = \exp\left[-\int_0^t \underbrace{\sum_{i=1}^n \lambda_i(\tau)}_{\lambda_s} d\tau\right] \end{aligned}$$

Die Systemausfallrate λ_s beträgt demnach:

$$\lambda_s(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t)$$

Bei Poisson-Verteilung der Überlebenswahrscheinlichkeit gilt weiter:

$$\lambda_s = \frac{1}{\Theta_s} = \sum_{i=1}^n \lambda_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\Theta_i} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{MTBF_i} = \frac{1}{MTBF_s}$$

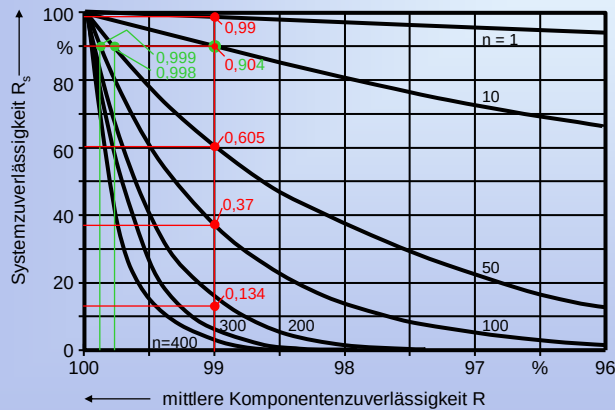


6.3.4 Systemzuverlässigkeit und Redundanz

GIA Viga/08
Kap.6 34 / 41

Zuverlässigkeitsverlust bei steigender Komponentenzahl

Annahme: Seriensystem aus n Elementen mit $R_i = R$
 $\Rightarrow R_s = R^n$



6.3.4 Systemzuverlässigkeit und Redundanz

GIA Viga/08
 Kap.6 35 / 41

Ausfallverhalten von Parallelsystemen

- ☐ Ein Parallelsystem im Sinne der Zuverlässigkeit besteht aus einer **Grundeinheit** und mindestens einer **Reserveeinheit**
- ☐ Ein Parallelsystem versagt erst, wenn die Grundeinheit und alle Reserveeinheiten versagen
- ☐ Sind r gleiche oder ähnliche Elemente zur Ausübung einer Teilfunktion vorhanden, dann ist $r-1$ der **Redundanzgrad**

Def.: Redundanz ist das funktionsbereite Vorhandensein zusätzlicher, bis zu einem Ausfall für die vorgesehene Funktion nicht notwendiger Mittel



6.3.4 Systemzuverlässigkeit und Redundanz

GIA Viga/08
 Kap.6 36 / 41

Vorlesung:

"Grundlagen ingenieurwissenschaftlichen Arbeitens (GIA)"

Arten von Redundanz

Heiße (aktive oder parallele) Redundanz ("belastete Reserve")

- Alle Elemente erfüllen die Funktion gleichzeitig voll und sind gleich belastet
- Grundeinheit und Reserveeinheiten weisen im aktiven Zustand die gleiche Ausfallrate $\lambda(t)$ auf
- Ein Spezialfall ist die **Majoritätsredundanz** (Auswahlredundanz): Neben aktiven gleichberechtigten Grund- und Reserveeinheiten entscheidet ein Auswahlelement (Voter) nach Mehrheitskriterium über die korrekte Funktion der jeweiligen Einheiten

Warme Redundanz

- Grundeinheit ist aktiv ("heiß") und Reserveeinheiten sind nur leicht belastet ("warm"), können aber kurzfristig voll aktiviert werden
- Für Grund- und Reserveeinheit gilt: $\lambda_R(t) < \lambda_G(t)$

Kalte (unbelastete oder passive) Redundanz ("geschaltete Redundanz")

- Grundeinheit ist aktiv ("heiß") und Reserveeinheiten sind vollständig unbelastet ("kalt")
- Für die Reserveeinheiten gilt: $\lambda_R(t) \approx 0$



6.3.4 Systemzuverlässigkeit und Redundanz

GIA Viga/08
Kap.6 37 / 41

Berechnen von Systemen mit heißer Redundanz

Ausfallen eines Parallelsystems aus r aktiven Elementen setzt voraus, dass alle Elemente des Systems defekt sind, also:

$$F_s(t) = F_{K1}(t) \cdot F_{K2}(t) \cdot \dots \cdot F_{Kr}(t) = \prod_{i=1}^r F_i(t)$$
$$\Rightarrow R_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^r [1 - R_i(t)]$$

Unter der Annahme gleicher Elemente mit $R_i(t) = R(t)$ (in der Praxis fast immer erfüllt) gilt:

$$R_s(t) = 1 - (1 - R(t))^r$$

Bei Poisson-Verteilung der Überlebenswahrscheinlichkeit gilt weiter:

$$R_s(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^r$$

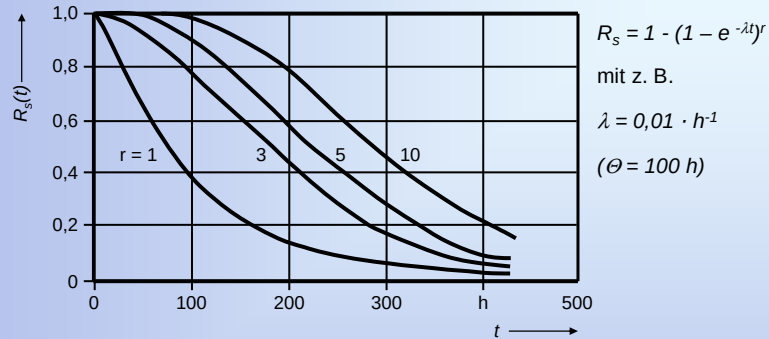
Für alle $r > 1$ (Bedingung für Redundanz) ist $R_s(t) > R(t)$, d. h. **Redundanz erhöht die Überlebenswahrscheinlichkeit**



6.3.4 Systemzuverlässigkeit und Redundanz

GIA Viga/08
Kap.6 38 / 41

Zuverlässigkeitsgewinn mit steigender Redundanz



- Zugehörige Redundanzgrade ($r - 1$) sind 0 (keine Redundanz), 2, 4, 9
- Große Redundanzgrade verbessern R_s nur noch unwesentlich
⇒ Redundanzgrade in der Praxis auf $2 \leq (r - 1) \leq 4$ beschränkt
- Weitere Kriterien für die Wahl des Redundanzgrads sind
 - ökonomischer Aufwand
 - Größe/Volumen
 - Energiebedarf
 - Gewicht/Masse



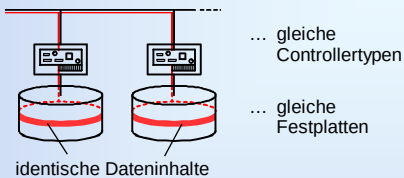
6.3.4 Systemzuverlässigkeit und Redundanz

GIA Viga/08
Kap.6 39 / 41

Beispiele verschiedener Redundanzanwendungen

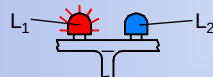
Heiße Redundanz

z. B. Festplatten-Duplex
(RAID1-System)



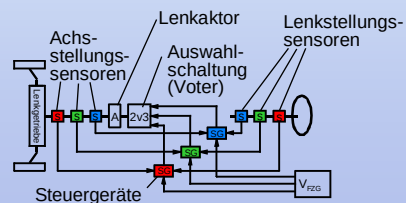
Kalte Redundanz

z. B. Hindernisfeuer für Antennentürme



Majoritätsredundanz

z. B. Steer-by-wire Lenkungssysteme für PKW



6.3.4 Systemzuverlässigkeit und Redundanz

GIA Viga/08
Kap.6 40 / 41

Vorlesung:

"Grundlagen ingenieurwissenschaftlichen Arbeitens (GIA)"

**Kapitel 6.4
entfällt im SS 2011**



6.4 Zuverlässigkeit von Software-Funktionen

GIA Viga/08
Kap.6 41 / 41